

Республиканская студенческая олимпиада по математике
Условия задач (группа Б)

1. Найдите максимум функции $f(x) = x^3 - 3x$ на множестве $X = \{x \in R : x^4 + 36 \leq 13x^2\}$.
2. Вычислите $\int_{-1}^1 x^{2007} \ln(1 + e^x) dx$.
3. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n = \int_0^{\frac{1}{n}} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{x+1} dx$.
4. Найдите представление функции $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ на интервале $(0,1)$ в виде разности двух строго возрастающих на интервале $(0,1)$ функций.
5. Пусть φ_{ij} – двугранный угол между i -ой и j -ой гранями тетраэдра; $A = (a_{ij})$ – матрица 4×4 , где $a_{ii} = -1$, $a_{ij} = \cos \varphi_{ij}$ при $i \neq j$. Докажите, что $\det(A) = 0$.
6. Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} (n!e - [n!e])$, где $[a]$ – целая часть числа a .