## УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ С ПРИЛОЖЕНИЯМИ В ЭКОНОМИКЕ



**Е**рофеенко **В. Т. У**равнения **с** частными производными **с** приложениями **в** экономике: **Курс** лекций / В. Т. Ерофеенко, И. С. Козловская. -Мн.:БГУ,2001.-196с.

## ISBN 985-445-516-5

Изложен классический курс по дифференциальным уравнениям с частными производными. Приводится описание случайных процессов с помощью уравнений с частными производивши, исследуются уравнения Колмогорова для марковских процессов. Показано построение экономико-математических моделей, использующих элементы теории стохастических процессов и уравнения с частными производными.

Предназначено для студентов математических и экономических спе циальностей университета

## Оглавление Предисловие 3 1. Классификация уравнений 4 1.1. Основные понятия об уравнениях с частными производными 1.2. Замена независимых переменных в уравнениях второго порядка с двумя 16 независимыми переменными 1.3. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя 22 независимыми переменными 1.4. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго 26 порядка со многими независимыми переменными 1.5. Исключение в уравнениях младших производных 31 1.6. Классические решения простейших уравнений с частными производными 32 второго порядка 38 1.7. Общее решение уравнений с частными производными первого порядка 2. Задача Коши 40 2.1. Постановка задачи Коши. Теорема Ковалевской 2.2. О корректной постановке задачи Коши 49 2.3. Примеры некорректно поставленных задач Коши 50 2.4. Задача Коши для уравнения колебаний струны 55 59 2.5. Метод интегральных преобразований для задачи Коши 2.6. Принцип максимума и минимума для уравнения теплопроводности 62 65 2.7. Корректность задачи Коши для уравнения теплопроводности 2.8. Обобщенные функции 69 2.9. Фундаментальные решения дифференциальных уравнений 74 3. Смешанные задачи для гиперболических и параболических 78 уравнений 3.1. Постановка смешанных задач для уравнения колебаний струны 3.2. Постановка смешанных задач для уравнения теплопроводности в стержне 83 85 3.3. Постановка смешанных задач для уравнения теплопроводности в пластине 3.4. Задача Штурма-Лиувилля 88 3.5. Схема метода разделения переменных для решения смешанных задач 93 3.6. Решение методом разделения переменных первой смешанной задачи для 97 однородного уравнения колебаний струны 3.7. Сведение смешанной задачи с неоднородными граничными условиями к 100 задаче с однородными граничными условиями 3.8. Метод разделения переменных для решения смешанных задач с 103 неоднородным уравнением103 3.9. Решение методом разделения переменных первой смешанной задачи для 106 однородного уравнения теплопроводности в стержне 3.10. Корректность первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности 108 3.11. Решение методом разделения переменных первой сме7панной задачи для однородного уравнения теплопроводности в пластине

4. Краевые задачи для эллиптических уравнений	116
4.1. Формулы Грина для оператора Лапласа	
4.2. Интегральная формула Грина	118
4.3. Свойства гармонических функций	121
4.4. Принцип максимума и минимума для гармонических функций	123
4.5. Задача Дирихле для уравнения Пуассона	125
4.6. Задача Неймана для уравнения Пуассона	128
4.7. Решение задачи Дирихле для круга методом разделения переменных	131
5. Параболические уравнения для стохастических процессов	135
5.1. Одномерные марковские стохастические процессы	
5.2. Многомерные марковские стохастические процессы	104
5.3. Свойства переходной функции плотности вероятностей одномерных	149
стохастических процессов	
5.4 Уравнения Колмогорова для стохастических процессов	154
6. Социально-экономические модели	156
6.1. Моделирование денежных накоплений семьи с помощью обыкновенных стохастических дифференциальных уравнений	
6.2. Уравнение денежных накоплений для плотности семей	162
6.3. Параболическое уравнение для плотности акций в пространстве цен	169
6.4. Смешанная задача для уравнения плотности акций	176
6.5. Постановка смешанных задач для уравнения денежных накоплений ансамблемей	пя 178
6.6. Вычисление функции стоимости опциона из уравнения Блэка-Шоулса	184
6.7. Обоснование уравнения Блэка-Шоулса	186
6.8. Уравнения Слуцкого в теории спроса	189
Литература	194