



Богданов Ю.С., Кастрица О.А., Сыроид Ю.Б. Математический анализ:
Учеб. пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. - 351 с.

ISBN 5-238-00500-8

Пособие содержит основные разделы математического анализа, обязательные для математических и физических специальностей и являющиеся базой для серьезного изучения экономических дисциплин.

Для студентов математических, физических и технических специальностей, а также студентов экономических вузов и факультетов с углубленным изучением экономики.

Оглавление

Глава 1. Теория пределов	5
§1. Числа	5
1. Натуральные и целые числа	5
2. Рациональные числа	7
3. Действительные числа	7
§2. Грани числовых множеств	11
1. Экстремальные элементы	11
2. Грани	13
3. Действия в \mathbf{R}	15
4. Комплексные числа	17
§3. Последовательности	18
1. Ограниченные последовательности	18
2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности	19
3. Сходящиеся последовательности	22
4. Бесконечные пределы	25
5. Комплексные последовательности и ряды	26
§4. Монотонные последовательности	28
1. Критерий сходимости монотонной последовательности	28
2. Натуральное основание e	31
3. Натуральные логарифмы	32
§5. Принцип выбора и критерий Коши	33
1. Подпоследовательности	33
2. Принцип выбора	33
3. Критерий Коши сходимости последовательности	35
4. Верхний и нижний пределы	36
§6. Функции	39
1. Понятие функции	39
2. График функции	40
3. Композиция функций	41
4. Биективные функции	41
5. Обратная функция	42
§7. Несчетность множества действительных чисел	44
1. Мощность множества	44
2. Счетные множества	45
3. Несчетность \mathbf{R}	46
Глава 2. Непрерывные функции	47
§1. Непрерывность функции	47
1. Окрестность точки	47
2. Непрерывность функции в точке	47
3. Локальные свойства непрерывных функций	48
4. Непрерывность композиции функций	49
5. Арифметика непрерывных функций	50
6. Непрерывность вдоль множества	52
§2. Предел функции	53
1. Непрерывное продолжение функции	53
2. Предел функции в точке	55
3. Арифметика сходящихся функций	56
4. Предел композиции сходящихся функций	57
§3. Односторонние пределы, пределы на бесконечности, бесконечные пределы	58

1. Односторонние пределы	58
2. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы	60
3. Показательно-степенной предел	61
4. Критерий Коти сходимости функции	63
5. Классификация разрывов	65
§4. Непрерывность монотонной функции	66
1. Монотонные функции	66
2. Непрерывность монотонной функции	69
3. Непрерывность обратной функции	70
4. Непрерывность функций, заданных параметрически	70
§5. Непрерывность элементарных функций	71
1. Элементарные функции	71
2. Рациональные функции и степенные функции	72
3. Показательная и логарифмическая функции	73
4. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции	74
5. Гиперболические и обратные гиперболические функции	75
6. Релейные функции	77
7. Комплекснозначные функции	78
§6. Асимптотическое представление функций	80
1. Бесконечно малые функции	80
2. Локальное сравнение функций	81
3. Локально эквивалентные функции	83
4. Степенная асимптотика	88
§7. Функции, непрерывные на отрезке	90
1. Прохождение через промежуточные значения	90
2. Достижение экстремальных значений и ограниченность	91
3. Равномерная непрерывность	93
4. Колебание функции	94
Глава 3. Дифференцируемые функции	96
§1. Дифференциал и производная	96
1. Определение и смысл производной и дифференциала	96
2. Непосредственное вычисление производных и дифференциалов	100
3. Арифметика производных и дифференциалов	102
4. Бесконечные производные	104
5. Односторонние производные	104
§2. Вычисление производных и дифференциалов	105
1. Производные и дифференциалы основных элементарных функций	105
2. Производная обратной функции	108
3. Производная и дифференциал сложной функции	110
4. Дифференцирование параметрических и неявных функций	115
§3. Приложение производных и дифференциалов	117
1. Линеаризация функции	117
2. Геометрические и механические приложения производной	119
3. Физические приложения	122
§4. Исследование дифференцируемых функций	126
1. Стационарные точки	126
2. Признак существования стационарных точек	127
3. Формула конечных приращений	127
4. Точки разрыва производной	129
5. Формула отношения конечных приращений	130
§5. Раскрытие неопределенностей	132
1. Неопределенность $[0/0]$	132
2. Неопределенность $[\infty/\infty]$	135
3. Другие типы неопределенности	137
4. Сравнение логарифмической, степенной и показательной функций	138
5. Шкала скоростей роста основных элементарных функций	141
§6. Производные высших порядков	141
1. Производные произвольного порядка	141
2. Правило Лейбница	142
3. Производные элементарных функций	144
4. Производные комплекс познанных функций	146
5. Линейные дифференциальные уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами	146
§7. Дифференциалы высших порядков	148
1. Дифференциалы произвольного порядка	148
2. Дифференциалы высших порядков элементарных функций	149
3. Производные от композиций и параметрических функций	150
§8. Формула Тейлора	153
1. Переразложение многочленов	153

2. Кратность корня многочлена	154
3. Формула Тейлора для многочлена	155
4. Представление остаточного члена через произвольную функцию	156
§9. Разложение по Тейлору	158
1. Формула Тейлора-Лагранжа	158
2. Разложение экспоненты по Тейлору	159
3. Разложение функции \sin по Тейлору	159
4. Разложение функции \cos по Тейлору	160
5. Формула Тейлора-Коши	161
6. Разложение функции \ln по Тейлору	162
7. Разложение функции \arctg по Тейлору	163
8. Разложение $(1+x)^{\mu}$ по Тейлору	164
§10. Полиномиальная асимптотика	165
1. Формула Тейлора-Пеано	165
2. Полиномиальная асимптотика для основных функций	168
3. Формула Тейлора в дифференциалах	169
4. Формула Тейлора в приближенных вычислениях.	170
5. Касание линий	171
6. Круг, центр и радиус кривизны	172
§11. Ряд Тейлора	174
1. Определение ряда Тейлора	174
2. Основные разложения в ряд Тейлора	177
3. Функции комплексного аргумента	180
4. Формулы Эйлера	182
§12. Исследование дифференцируемых функций	184
1. Условие монотонности функции	184
2. Локальный экстремум. Необходимое условие	187
3. Исследование стационарных точек. Достаточные условия локального экстремума	188
4. Острый экстремум	190
5. Глобальный экстремум	191
§13. Выпуклые функции	193
1. Определение выпуклой функции	193
2. Геометрическая характеристика выпуклости	193
3. Дифференцируемые выпуклые функции	195
4. Касательная к графику выпуклой функции	197
5. Точки перегиба	199
6. Неравенство Иенсена	201
7. Неравенства Коши-Буняковского и Гельдера	204
§14. Построение графика функции	205
1. Асимптоты	205
2. План исследования функции	209
§15. Приближенное вычисление корней уравнения	211
1. Метод направленного перебора	211
2. Метод хорд	213
3. Метод касательных	215
Глава 4. Первообразная и неопределенный интеграл	217
§1. Неопределенный интеграл	217
1. Первообразная	217
2. Свойства неопределенного интеграла	218
3. Произвольная постоянная	219
4. Таблица основных неопределенных интегралов	220
5. Неберущиеся интегралы	222
§2. Основные приемы вычисления неопределенного интеграла	224
1. Замена переменных в неопределенном интеграле	224
2. Интегрирование по частям	228
3. Вычисление $\int dx / (x^2 + a^2)^n$	230
4. Вычисление интегралов методом неопределенных коэффициентов	232
§3. Интегрирование рациональных функций	234
1. Многочлены и рациональные функции	234
2. Нахождение коэффициентов разложения рациональной функции	237
3. Интегрирование рациональных функций	240
4. Рациональные функции двух переменных	242
§4. Интегрирование иррациональных выражений	245
1. Метод рационализации	245
2. Вычисление $\int R(x, \sqrt[m]{ax + \beta}) / (yx + \delta) dx$	245
3. Вычисление $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	247
4. Вычисление $\int x^m (a + bx^n)^p dx$	250
§5. Интегрирование трансцендентных функций	253

1. Вычисление $\int R(\cos x, \sin x) dx$	253
2. Вычисление $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$	255
3. Вычисление $\int R(\operatorname{ch} x, \operatorname{sh} x) dx$	256
4. Интегрирование комплекснозначных функций	257
§6. Построение и исследование математических моделей естественных и технических процессов	259
1. Понятие математической модели	259
2. Примеры решения прикладных задач	260
Глава 5. Определенный интеграл Римана	274
§1. Интегрируемые по Риману функции и определенный интеграл	274
1. Интегральное разбиение отрезка	274
2. Интегральные суммы и интеграл	275
3. Ограниченность интегрируемой функции	277
4. Критерий Коши интегрируемости	278
5. Интегрируемость функции, непрерывной на отрезке	279
6. Геометрический и механический смысл интеграла	281
§2. Критерий Дарбу интегрируемости функции	282
1. Интегральное колебание	282
2. Оценка разности интегральных сумм	283
3. Критерий Дарбу	284
4. Аддитивность интеграла	285
5. Классы интегрируемых функций	286
§3. Свойства определенного интеграла	290
1. Линейность интеграла	290
2. Монотонность интеграла	292
3. Аддитивность интеграла	294
4. Оценки интеграла и интегральные неравенства	295
5. Теоремы о среднем	296
6. Интеграл с переменным верхним пределом	298
7. Формула Ньютона-Лейбница	302
§4. Вычисление определенного интеграла	305
1. Замена переменной в определенном интеграле	305
2. Интегрирование по частям	308
3. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме	309
4. Формула Валлиса	310
5. Асимптотическая формула Стерлинга	313
§5. Длина кривой	315
1. Пути на плоскости	315
2. Длина пути	315
3. Длина кривой	319
§6. Площадь и объем	325
1. Граница фигуры	325
2. Площадь многоугольника	327
3. Квадрируемые фигуры	328
4. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора	333
5. Кубируемые тела и объем	335
6. Выражение объема через площадь поперечных сечений	337
Алфавитно-предметный указатель	338