



**Богданов Ю.С., Кастрица О.А., Сыроид Ю.Б. Математический анализ:**  
Учеб. пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. - 351 с.

**ISBN 5-238-00500-8**

Пособие содержит основные разделы математического анализа, обязательные для математических и физических специальностей и являющиеся базой для серьезного изучения экономических дисциплин.

Для студентов математических, физических и технических специальностей, а также студентов экономических вузов и факультетов с углубленным изучением экономики.

**Оглавление**

<b>Глава 1. Теория пределов</b>	<b>5</b>
<b>§1. Числа</b>	<b>5</b>
1. Натуральные и целые числа	5
2. Рациональные числа	7
3. Действительные числа	7
<b>§2. Грани числовых множеств</b>	<b>11</b>
1. Экстремальные элементы	11
2. Грани	13
3. Действия в $\mathbf{R}$	15
4. Комплексные числа	17
<b>§3. Последовательности</b>	<b>18</b>
1. Ограниченные последовательности	18
2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности	19
3. Сходящиеся последовательности	22
4. Бесконечные пределы	25
5. Комплексные последовательности и ряды	26
<b>§4. Монотонные последовательности</b>	<b>28</b>
1. Критерий сходимости монотонной последовательности	28
2. Натуральное основание $e$	31
3. Натуральные логарифмы	32
<b>§5. Принцип выбора и критерий Коши</b>	<b>33</b>
1. Подпоследовательности	33
2. Принцип выбора	33
3. Критерий Коши сходимости последовательности	35
4. Верхний и нижний пределы	36
<b>§6. Функции</b>	<b>39</b>
1. Понятие функции	39
2. График функции	40
3. Композиция функций	41
4. Биективные функции	41
5. Обратная функция	42
<b>§7. Несчетность множества действительных чисел</b>	<b>44</b>
1. Мощность множества	44
2. Счетные множества	45
3. Несчетность $\mathbf{R}$	46
<b>Глава 2. Непрерывные функции</b>	<b>47</b>
<b>§1. Непрерывность функции</b>	<b>47</b>
1. Окрестность точки	47
2. Непрерывность функции в точке	47
3. Локальные свойства непрерывных функций	48
4. Непрерывность композиции функций	49
5. Арифметика непрерывных функций	50
6. Непрерывность вдоль множества	52
<b>§2. Предел функции</b>	<b>53</b>
1. Непрерывное продолжение функции	53
2. Предел функции в точке	55
3. Арифметика сходящихся функций	56
4. Предел композиции сходящихся функций	57
<b>§3. Односторонние пределы, пределы на бесконечности, бесконечные пределы</b>	<b>58</b>

1. Односторонние пределы	58
2. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы	60
3. Показательно-степенной предел	61
4. Критерий Коти сходимости функции	63
5. Классификация разрывов	65
<b>§4. Непрерывность монотонной функции</b>	<b>66</b>
1. Монотонные функции	66
2. Непрерывность монотонной функции	69
3. Непрерывность обратной функции	70
4. Непрерывность функций, заданных параметрически	70
<b>§5. Непрерывность элементарных функций</b>	<b>71</b>
1. Элементарные функции	71
2. Рациональные функции и степенные функции	72
3. Показательная и логарифмическая функции	73
4. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции	74
5. Гиперболические и обратные гиперболические функции	75
6. Релейные функции	77
7. Комплекснозначные функции	78
<b>§6. Асимптотическое представление функций</b>	<b>80</b>
1. Бесконечно малые функции	80
2. Локальное сравнение функций	81
3. Локально эквивалентные функции	83
4. Степенная асимптотика	88
<b>§7. Функции, непрерывные на отрезке</b>	<b>90</b>
1. Прохождение через промежуточные значения	90
2. Достижение экстремальных значений и ограниченность	91
3. Равномерная непрерывность	93
4. Колебание функции	94
<b>Глава 3. Дифференцируемые функции</b>	<b>96</b>
<b>§1. Дифференциал и производная</b>	<b>96</b>
1. Определение и смысл производной и дифференциала	96
2. Непосредственное вычисление производных и дифференциалов	100
3. Арифметика производных и дифференциалов	102
4. Бесконечные производные	104
5. Односторонние производные	104
<b>§2. Вычисление производных и дифференциалов</b>	<b>105</b>
1. Производные и дифференциалы основных элементарных функций	105
2. Производная обратной функции	108
3. Производная и дифференциал сложной функции	110
4. Дифференцирование параметрических и неявных функций	115
<b>§3. Приложение производных и дифференциалов</b>	<b>117</b>
1. Линеаризация функции	117
2. Геометрические и механические приложения производной	119
3. Физические приложения	122
<b>§4. Исследование дифференцируемых функций</b>	<b>126</b>
1. Стационарные точки	126
2. Признак существования стационарных точек	127
3. Формула конечных приращений	127
4. Точки разрыва производной	129
5. Формула отношения конечных приращений	130
<b>§5. Раскрытие неопределенностей</b>	<b>132</b>
1. Неопределенность $[0/0]$	132
2. Неопределенность $[\infty/\infty]$	135
3. Другие типы неопределенности	137
4. Сравнение логарифмической, степенной и показательной функций	138
5. Шкала скоростей роста основных элементарных функций	141
<b>§6. Производные высших порядков</b>	<b>141</b>
1. Производные произвольного порядка	141
2. Правило Лейбница	142
3. Производные элементарных функций	144
4. Производные комплекс познанных функций	146
5. Линейные дифференциальные уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами	146
<b>§7. Дифференциалы высших порядков</b>	<b>148</b>
1. Дифференциалы произвольного порядка	148
2. Дифференциалы высших порядков элементарных функций	149
3. Производные от композиций и параметрических функций	150
<b>§8. Формула Тейлора</b>	<b>153</b>
1. Переразложение многочленов	153

2. Кратность корня многочлена	154
3. Формула Тейлора для многочлена	155
4. Представление остаточного члена через произвольную функцию	156
<b>§9. Разложение по Тейлору</b>	<b>158</b>
1. Формула Тейлора-Лагранжа	158
2. Разложение экспоненты по Тейлору	159
3. Разложение функции $\sin$ по Тейлору	159
4. Разложение функции $\cos$ по Тейлору	160
5. Формула Тейлора-Коши	161
6. Разложение функции $\ln$ по Тейлору	162
7. Разложение функции $\arctg$ по Тейлору	163
8. Разложение $(1+x)^{\mu}$ по Тейлору	164
<b>§10. Полиномиальная асимптотика</b>	<b>165</b>
1. Формула Тейлора-Пеано	165
2. Полиномиальная асимптотика для основных функций	168
3. Формула Тейлора в дифференциалах	169
4. Формула Тейлора в приближенных вычислениях.	170
5. Касание линий	171
6. Круг, центр и радиус кривизны	172
<b>§11. Ряд Тейлора</b>	<b>174</b>
1. Определение ряда Тейлора	174
2. Основные разложения в ряд Тейлора	177
3. Функции комплексного аргумента	180
4. Формулы Эйлера	182
<b>§12. Исследование дифференцируемых функций</b>	<b>184</b>
1. Условие монотонности функции	184
2. Локальный экстремум. Необходимое условие	187
3. Исследование стационарных точек. Достаточные условия локального экстремума	188
4. Острый экстремум	190
5. Глобальный экстремум	191
<b>§13. Выпуклые функции</b>	<b>193</b>
1. Определение выпуклой функции	193
2. Геометрическая характеристика выпуклости	193
3. Дифференцируемые выпуклые функции	195
4. Касательная к графику выпуклой функции	197
5. Точки перегиба	199
6. Неравенство Иенсена	201
7. Неравенства Коши-Буняковского и Гельдера	204
<b>§14. Построение графика функции</b>	<b>205</b>
1. Асимптоты	205
2. План исследования функции	209
<b>§15. Приближенное вычисление корней уравнения</b>	<b>211</b>
1. Метод направленного перебора	211
2. Метод хорд	213
3. Метод касательных	215
<b>Глава 4. Первообразная и неопределенный интеграл</b>	<b>217</b>
<b>§1. Неопределенный интеграл</b>	<b>217</b>
1. Первообразная	217
2. Свойства неопределенного интеграла	218
3. Произвольная постоянная	219
4. Таблица основных неопределенных интегралов	220
5. Неберущиеся интегралы	222
<b>§2. Основные приемы вычисления неопределенного интеграла</b>	<b>224</b>
1. Замена переменных в неопределенном интеграле	224
2. Интегрирование по частям	228
3. Вычисление $\int dx / (x^2 + a^2)^n$	230
4. Вычисление интегралов методом неопределенных коэффициентов	232
<b>§3. Интегрирование рациональных функций</b>	<b>234</b>
1. Многочлены и рациональные функции	234
2. Нахождение коэффициентов разложения рациональной функции	237
3. Интегрирование рациональных функций	240
4. Рациональные функции двух переменных	242
<b>§4. Интегрирование иррациональных выражений</b>	<b>245</b>
1. Метод рационализации	245
2. Вычисление $\int R(x, \sqrt[m]{ax + \beta}) / (yx + \delta) dx$	245
3. Вычисление $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$	247
4. Вычисление $\int x^m (a + bx^n)^p dx$	250
<b>§5. Интегрирование трансцендентных функций</b>	<b>253</b>

1. Вычисление $\int R(\cos x, \sin x) dx$	253
2. Вычисление $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$	255
3. Вычисление $\int R(\operatorname{ch} x, \operatorname{sh} x) dx$	256
4. Интегрирование комплекснозначных функций	257
<b>§6. Построение и исследование математических моделей естественных и технических процессов</b>	<b>259</b>
1. Понятие математической модели	259
2. Примеры решения прикладных задач	260
<b>Глава 5. Определенный интеграл Римана</b>	<b>274</b>
<b>§1. Интегрируемые по Риману функции и определенный интеграл</b>	<b>274</b>
1. Интегральное разбиение отрезка	274
2. Интегральные суммы и интеграл	275
3. Ограниченность интегрируемой функции	277
4. Критерий Коши интегрируемости	278
5. Интегрируемость функции, непрерывной на отрезке	279
6. Геометрический и механический смысл интеграла	281
<b>§2. Критерий Дарбу интегрируемости функции</b>	<b>282</b>
1. Интегральное колебание	282
2. Оценка разности интегральных сумм	283
3. Критерий Дарбу	284
4. Аддитивность интеграла	285
5. Классы интегрируемых функций	286
<b>§3. Свойства определенного интеграла</b>	<b>290</b>
1. Линейность интеграла	290
2. Монотонность интеграла	292
3. Аддитивность интеграла	294
4. Оценки интеграла и интегральные неравенства	295
5. Теоремы о среднем	296
6. Интеграл с переменным верхним пределом	298
7. Формула Ньютона-Лейбница	302
<b>§4. Вычисление определенного интеграла</b>	<b>305</b>
1. Замена переменной в определенном интеграле	305
2. Интегрирование по частям	308
3. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме	309
4. Формула Валлиса	310
5. Асимптотическая формула Стерлинга	313
<b>§5. Длина кривой</b>	<b>315</b>
1. Пути на плоскости	315
2. Длина пути	315
3. Длина кривой	319
<b>§6. Площадь и объем</b>	<b>325</b>
1. Граница фигуры	325
2. Площадь многоугольника	327
3. Квадрируемые фигуры	328
4. Площадь криволинейной трапеции и криволинейного сектора	333
5. Кубируемые тела и объем	335
6. Выражение объема через площадь поперечных сечений	337
<b>Алфавитно-предметный указатель</b>	<b>338</b>