

# СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С L-ПАРАМЕТРОМ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ И МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

**Козлов В. П., Мандрик П. А. Системы интегральных и дифференциальных уравнений с L-параметром в задачах математической физики и методы идентификации тепловых характеристик / Под ред. Н. И. Юрчука - Мн.: БГУ, 2000. - 555 с.**

**ISBN 985-445-314-6**



Книга посвящена изложению общей теории интегральных и дифференциальных уравнений с позиции применения ее к краевым задачам математической физики. В большей степени исследуются вопросы теории метода парных интегральных уравнений и их приложений к решению смешанных краевых задач математической физики для уравнения Лапласа (стационарные случаи) и уравнений теплопроводности (нестационарные случаи). Метод парных интегральных уравнений для решения уравнения нестационарной теплопроводности со смешанными граничными условиями предлагается впервые. Затронуты вопросы использования решений стационарных и нестационарных задач Дирихле и Неймана в теории неразрушающего контроля теплофизических характеристик твердых непрозрачных тел, а также рассмотрены аналитические методы определения теплофизических характеристик материалов.

Книга предназначена для математиков, физиков, механиков, теплофизиков и других специалистов по теории теплопроводности и теплозащиты, по теории неразрушающего контроля (идентификации) тепловых параметров.

## Оглавление

<b>Предисловие редактора</b>	10
<b>Введение</b>	13
<b>Глава 1. Общие сведения об интегральных уравнениях и их связь с задачами математической физики</b>	17
1.1. Интегральное уравнение Абеля	17
1.2. Операторы дробного интегро-дифференцирования	20

1. Дробные интегралы и дробные производные Римана-Лиувилля	20
2. Дробные производные Летникова, Фурье, Лиувилля и Эйлера	24
3. Дробные операторы типа Эрдейи-Кобера	27
1.3. Обобщенное интегральное уравнение Абеля.	28
Характеристические сингулярные интегральные уравнения и пространства Гельдера и Лебега	
1. Определение пространств класса гельдеровских функций и пространств интегрируемых по Лебегу функций	28
2. Характеристические сингулярные уравнения	30
3. Обобщенное интегральное уравнение Абеля на оси	34
4. Обобщенное интегральное уравнение Абеля на отрезке	42
5. Случай постоянных коэффициентов	50
6. Об устойчивости решений интегральных уравнений	58
1.4. Интегральное уравнение Шлемильха	61
1.5. Уравнения интегральных преобразований	63
1. Бесконечные интегральные преобразования	63
2. Конечные интегральные преобразования	66
1.6. Некоторые другие виды интегральных уравнений	69
1.7. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра	80
1. Классификация	81
2. Вырожденные ядра	82
3. Ряды Неймана и Фредгольма	83
4. Теоремы Фредгольма	85
1.8. Теория Гильберта—Шмидта	87
1. Операторы Гильберта—Шмидта	87
2. Теорема Гильберта—Шмидта и следствия из нее	89
1.9. Метод Винера-Хопфа для решения интегральных уравнений на оси и полуоси	90
1.10. Интегральные уравнения в дисперсионной теории	93
1.11. Парные (N-арные) интегральные уравнения и их связь со смешанными стационарными краевыми задачами математической физики	96
1. Постановка задачи о системе N-арных интегральных уравнений	98
2. Об эквивалентности некоторых типов парных интегральных уравнений	98
3. Парные интегральные уравнения, связанные с преобразованиями Ханкеля	100
4. Сведение некоторых осесимметричных задач теории потенциала к парным интегральным уравнениям	103
5. Метод решения парных уравнений, содержащих разложения по функциям Бесселя нулевого порядка	114
6. Применение парных интегральных уравнений к решению стационарных смешанных краевых задач в цилиндрических координатах	125

<i>7. Решение некоторых задач электростатики с помощью систем парных уравнений</i>	134
<i>8. Смешанные задачи теории упругости для слоя</i>	138
<i>9. Сведение одного класса парных интегральных уравнений к уравнению Фредгольма второго рода</i>	142
<i>10. Парные интегральные уравнения с тригонометрическими функциями</i>	146
1.12. Парные сумматорные уравнения, содержащие ряды Фурье-Бесселя	154
<b>Глава 2. Метод парных интегральных уравнений с <math>L</math> - параметром для решения двумерных задач нестационарной теплопроводности со смешанными граничными условиями на модели полуограниченного изотропного тела</b>	164
2.1. Сведение двумерных осесимметричных задач нестационарной теплопроводности со смешанными граничными условиями к парным интегральным уравнениям с $L$ - параметром	164
2.2. Метод сведения парных интегральных уравнений с $L$ – параметром к решению интегрального уравнения второго рода в области $L$ - изображений	173
2.3. Общие схемы метода решения интегральных уравнений с $L$ - параметром	196
2.4. Примеры применения метода решения интегральных уравнений с $L$ - параметром	207
2.5. О решении двух задач нестационарной теплопроводности для полупространства со смешанными граничными условиями	218
2.6. Парные интегральные уравнения для решения задачи нагрева полупространства через бесконечно длинную полосу	244
2.7. Обратные преобразования Лапласа при решении уравнения теплопроводности для изотропного полупространства	
<b>Глава 3. Метод парных интегральных уравнений с <math>L</math> - параметром для решения двумерных задач нестационарной теплопроводности со смешанными граничными условиями на модели неограниченной изотропной пластин</b>	256
3.1. Сведение смешанных задач нестационарной теплопроводности для неограниченной пластины к парным интегральным уравнениям с $L$ - параметром	256
3.2. Метод сведения парных интегральных уравнений с $L$ – параметром к решению интегрального уравнения в области $L$ - изображений	270
3.3. О решении четырех задач нестационарной теплопроводности со смешанными граничными условиями для неограниченной изотропной пластин	283
3.4. Метод решения интегрального уравнения с $L$ - параметром в смешанных нестационарных задачах математической физики	297
<b>Глава 4. Интегральные и дифференциальные уравнения в теории неразрушающего контроля теплофизических</b>	315

## **характеристик твердых тел**

4.1.Нагрев полуограниченного тела круговыми источниками тепла при несмешанных граничных условиях	319
4.2.Об одном обратном преобразовании Лапласа	327
4.3.Локальный нагрев полуограниченного непрозрачного тела лазерным источником при несмешанных граничных условиях	329
4.4.Нагрев полуограниченного тела линейными плоскопараллельными источниками тепла	336
4.5.Нагрев полуограниченного тела кольцевым источником тепла	348
4.6.Локальный нагрев полуограниченного тела квадратным источником тепла	364
4.7.Выполнение условия полуограниченности в ограниченных телах	383
4.8.О сравнительном методе неразрушающего контроля с круговым источником тепла	387
4.9.Методы идентификации параметров теплофизических объектов и их схемная реализация	399
4.10.Задачи Дирихле и Неймана для ортотропного ограниченного цилиндра	403
<b>Глава 5. Методы определения теплофизических характеристик материалов на моделях тел различной геометрической формы</b>	416
5.1.Определение теплофизических характеристик в среде постоянной температур	417
5.2.Определение теплофизических характеристик в среде постоянной температуры при наличии в теле источника тепла	422
5.3.Определение теплофизических характеристик в среде переменной температуры	429
5.4.Определение теплофизических характеристик при заданном постоянном тепловом потоке на поверхностях тел	436
5.5.Определение теплофизических характеристик в среде с линейно изменяющейся температурой при наличии в теле источника тепла	443
5.6.Сравнительный метод плоского бикалориметра	454
5.7.Нестационарные методы определения теплопроводности и тепловой активности	462
5.8.Импульсный метод линейного и плоского источника тепла	485
5.9.Об одном методе определения теплопроводности в случае источника постоянной температуры	468
5.10.Методы температурных волн	471
5.11.Методы экспериментального определения теплопроводности газов	472
5.12.Учет зависимости теплофизических характеристик от температуры в методах линейного нагрева	474
<b>Приложение I . Системы сумматорно-интегральных уравнений с L -и H-параметрами</b>	481
<b>Приложение I. Обобщенное решение уравнения теплопроводности для ограниченных ортотропных</b>	494

<b>цилиндрических сред</b>	
1. Постановка задачи и метод решения	495
2. Решение задачи	498
3. Краткие выводы	500
<b>Приложение III . Справочные сведения</b>	502
1. Биномиальные коэффициенты	502
2. Символ Похгаммера $(a)_k$	503
3. Функция $\psi(z)$	503
4. Функция $\beta(z)$	505
5. Дзета-функция Римана $\zeta(z)$	505
6. Многочлены Бернулли $B_n(x)$	506
7. Числа Бернулли $B_n$	506
8. Многочлены Эйлера $E_n(x)$	507
9. Числа Эйлера $E_n$	507
10. Полные эллиптические интегралы	507
11. Гамма-функция $\Gamma(z)$	509
12. Бета-функция $B(x, y)$	510
13. Гипергеометрическая функция ${}_2F_1(a, b; c; z)$	511
14. Обобщенная гипергеометрическая функция и гипергеометрические ряды от многих переменных	516
15. Вырожденные гипергеометрические функции Куммера и Уиттекера	519
16. Функции Бесселя вещественного аргумента $J_\nu(r)$ и $Y_\nu(r)$	526
17. Модифицированные функции Бесселя $I_\nu(r)$ и $K_\nu(r)$	529
18. Неполные гамма-функции, интегральные синус и косинус	532
19. Интеграл вероятностей и интегралы Френеля	534
20. Кратные интегралы вероятностей	535
21. Интегральные показательные функции	537
22. Ортогональные многочлены	538
23. Тэта-функции Якоби $\Theta_m(x, it)$	542
24. Функции Кельвина	543
<b>Литература</b>	544