



Калитин Б. Устойчивость дифференциальных уравнений. / Калитин Б. – Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co . KG Dudweiler Landstr, 2012. – 225 с.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Издатель : LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Germany Телефон +49 681 3720-310, Факс + 49 681 3720-3109 Email: info@lap-publishing.com

Напечатано в России

ISBN 978-3-8484-2197-8

АВТОРСКОЕ ПРАВО ©2012 принадлежат автору и LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG и лицензиарам Все права защищены. Saarbrücken 2012

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	5
1. АВТОНОМНЫЕ УРАВНЕНИЯ	
1.1. Элементы теории дифференциальных уравнений	23
1.1.1. Общие свойства автономных дифференциальных уравнений	23
1.1.2. Устойчивость точек покоя	27
1.3. Линейные системы с постоянными коэффициентами	28
1.3.1. Комплексное решение	29
1.3.1. Вещественное решение	31
1.4. Устойчивость линейных систем	32
1.5. Функции Ляпунова	33
1.5.1. Критерии Сильвестра для квадратичных форм	35
1.5.2. Геометрическая структура поверхностей уровня	37
определенно положительных функций	
1.5.3. Задача нелинейного программирования	40
1.5.4. Оценка оптимального числа определено положительных функций	43
1.6. Элементы качественной теории устойчивости	47
1.6.1. Предельные множества траекторий	47
1.6.1. Предельные множества траекторий	47
1.6.2. Относительная устойчивость	53
1.7. Метод знакопостоянных функций Ляпунова	58
1.7.1. Теоремы об устойчивости	58
1.7.2. Сектор притяжения	60
1.7.3. Теоремы об асимптотической устойчивости	66
1.7.4. Теорема о неустойчивости	70
1.8. Построение функций Ляпунова в виде квадратичных форм	73
для линейных систем	
1.8.1. Теоремы обращения прямого метода для линейных систем	77
1.9. Нелинейные системы	79
1.9.1. Устойчивость по первому приближению	79
1.10. Критические случаи	82
1.10.1. Случай одного нулевого корня	83

1.10.2. Случай пары чисто мнимых корней	86
1.10.3. Случай двух нулевых корней	90
1.11. Типы особых точек двумерных систем	91
1.11.1. Линейные системы	91
1.11.2. Нелинейные системы	94
1.12. Оценка области притяжения	95
1.12.1. Алгоритм наилучшей аппроксимации	106
1.12.2. Оценка области притяжения с помощью квадратичных форм	111
2. ПРИМЕРЫ	
2.1. Системы с инвариантной поверхностью	115
2.1.1. Центральное многообразие Карра	120
2.1.2. Треугольные системы	122
2.2. Системы двух уравнений	122
2.2.1. Проблема Айзермана	134
2.3. Системы трех уравнений	138
2.4. Системы Г.В. Каменкова	146
2.4.1. Частный случай $n = 2$	149
2.5. Задача абсолютной устойчивости	151
2.5.1. Эквивалентность частотного метода В.М. Попова	151
и метода знакопостоянных функций Ляпунова	
2.5.2. Система прямого регулирования	154
2.5.3. Система непрямого регулирования	157
2.6. Задача стабилизации	160
2.6.1. Стабилизация системы «цепной интегратор»	163
2.6.2. Приложение к алгебраическому уравнению Риккати	168
2.6.3. Стабилизации каскада систем	170
2.7. Задача автоматического регулирования	174
2.8. Системы с первыми интегралами	177
2.8.1. Равновесие неконсервативных механических систем	178
2.8.2. Сферический маятник	179
2.8.3. Искусственный спутник Земли	181
2.9. Функции Ляпунова с компактным ядром	185
2.10. Биологически совместимые системы Хессенберга	190
2.11. Модель контролируемого монопольного рынка	194
2.11.1. Построение модели	194
2.11.2. Функция объема продаж и функция дохода	194
2.11.3. Экономические силы монополиста	196
2.11.4. Экономические силы потребителей	198
2.11.5. Экономическая сила государства	199
2.11.6. Математическая модель	199
2.11.7. Устойчивость равновесия	200
2.11.8. Экономическая интерпретация условий устойчивости	204
2.11.9. Дополнительные равновесия	205
2.11.10. Модель 1	207
2.11.11. Модель 2	208
2.11.12. Фазовый портрет траекторий	209
2.11.13. Модель 3	210
2.11.14. Критический случай пары чисто мнимых корней	211
2.11.15. Типы точек покоя	213
2.11.16. Критический случай одного нулевого корня	215
2.11.17. Критический случай двух нулевых корней	216
ЛИТЕРАТУРА	217
СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ	223