



Калитин Б. Устойчивость дифференциальных уравнений. / Калитин Б. – Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co . KG Dudweiler Landstr, 2012. – 225 с.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Издатель : LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Germany Телефон +49 681 3720-310, Факс + 49 681 3720-3109 Email: info@lap-publishing.com

Напечатано в России

ISBN 978-3-8484-2197-8

АВТОРСКОЕ ПРАВО ©2012 принадлежат автору и LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG и лицензиарам Все права защищены. Saarbrücken 2012

Оглавление

| | |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 5 |
| 1. АВТОНОМНЫЕ УРАВНЕНИЯ | |
| 1.1. Элементы теории дифференциальных уравнений | 23 |
| 1.1.1. Общие свойства автономных дифференциальных уравнений | 23 |
| 1.1.2. Устойчивость точек покоя | 27 |
| 1.3. Линейные системы с постоянными коэффициентами | 28 |
| 1.3.1. Комплексное решение | 29 |
| 1.3.1. Вещественное решение | 31 |
| 1.4. Устойчивость линейных систем | 32 |
| 1.5. Функции Ляпунова | 33 |
| 1.5.1. Критерии Сильвестра для квадратичных форм | 35 |
| 1.5.2. Геометрическая структура поверхностей уровня | 37 |
| определенно положительных функций | |
| 1.5.3. Задача нелинейного программирования | 40 |
| 1.5.4. Оценка оптимального числа определено положительных функций | 43 |
| 1.6. Элементы качественной теории устойчивости | 47 |
| 1.6.1. Предельные множества траекторий | 47 |
| 1.6.1. Предельные множества траекторий | 47 |
| 1.6.2. Относительная устойчивость | 53 |
| 1.7. Метод знакопостоянных функций Ляпунова | 58 |
| 1.7.1. Теоремы об устойчивости | 58 |
| 1.7.2. Сектор притяжения | 60 |
| 1.7.3. Теоремы об асимптотической устойчивости | 66 |
| 1.7.4. Теорема о неустойчивости | 70 |
| 1.8. Построение функций Ляпунова в виде квадратичных форм | 73 |
| для линейных систем | |
| 1.8.1. Теоремы обращения прямого метода для линейных систем | 77 |
| 1.9. Нелинейные системы | 79 |
| 1.9.1. Устойчивость по первому приближению | 79 |
| 1.10. Критические случаи | 82 |
| 1.10.1. Случай одного нулевого корня | 83 |

| | |
|---|-----|
| 1.10.2. Случай пары чисто мнимых корней | 86 |
| 1.10.3. Случай двух нулевых корней | 90 |
| 1.11. Типы особых точек двумерных систем | 91 |
| 1.11.1. Линейные системы | 91 |
| 1.11.2. Нелинейные системы | 94 |
| 1.12. Оценка области притяжения | 95 |
| 1.12.1. Алгоритм наилучшей аппроксимации | 106 |
| 1.12.2. Оценка области притяжения с помощью квадратичных форм | 111 |
| 2. ПРИМЕРЫ | |
| 2.1. Системы с инвариантной поверхностью | 115 |
| 2.1.1. Центральное многообразие Карра | 120 |
| 2.1.2. Треугольные системы | 122 |
| 2.2. Системы двух уравнений | 122 |
| 2.2.1. Проблема Айзермана | 134 |
| 2.3. Системы трех уравнений | 138 |
| 2.4. Системы Г.В. Каменкова | 146 |
| 2.4.1. Частный случай $n = 2$ | 149 |
| 2.5. Задача абсолютной устойчивости | 151 |
| 2.5.1. Эквивалентность частотного метода В.М. Попова | 151 |
| и метода знакопостоянных функций Ляпунова | |
| 2.5.2. Система прямого регулирования | 154 |
| 2.5.3. Система непрямого регулирования | 157 |
| 2.6. Задача стабилизации | 160 |
| 2.6.1. Стабилизация системы «цепной интегратор» | 163 |
| 2.6.2. Приложение к алгебраическому уравнению Риккати | 168 |
| 2.6.3. Стабилизации каскада систем | 170 |
| 2.7. Задача автоматического регулирования | 174 |
| 2.8. Системы с первыми интегралами | 177 |
| 2.8.1. Равновесие неконсервативных механических систем | 178 |
| 2.8.2. Сферический маятник | 179 |
| 2.8.3. Искусственный спутник Земли | 181 |
| 2.9. Функции Ляпунова с компактным ядром | 185 |
| 2.10. Биологически совместимые системы Хессенберга | 190 |
| 2.11. Модель контролируемого монопольного рынка | 194 |
| 2.11.1. Построение модели | 194 |
| 2.11.2. Функция объема продаж и функция дохода | 194 |
| 2.11.3. Экономические силы монополиста | 196 |
| 2.11.4. Экономические силы потребителей | 198 |
| 2.11.5. Экономическая сила государства | 199 |
| 2.11.6. Математическая модель | 199 |
| 2.11.7. Устойчивость равновесия | 200 |
| 2.11.8. Экономическая интерпретация условий устойчивости | 204 |
| 2.11.9. Дополнительные равновесия | 205 |
| 2.11.10. Модель 1 | 207 |
| 2.11.11. Модель 2 | 208 |
| 2.11.12. Фазовый портрет траекторий | 209 |
| 2.11.13. Модель 3 | 210 |
| 2.11.14. Критический случай пары чисто мнимых корней | 211 |
| 2.11.15. Типы точек покоя | 213 |
| 2.11.16. Критический случай одного нулевого корня | 215 |
| 2.11.17. Критический случай двух нулевых корней | 216 |
| ЛИТЕРАТУРА | 217 |
| СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ | 223 |