



Вакульчик П. А. Методы численного анализа: пособие для студентов фак. прикл. мат. и информатики спец. 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)», 1-31 03 04 «Информатика», 1-31 03 05 «Актuarная математика», 1-31 03 06 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», 1-98 0101 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» / П. А. Вакульчик. - Минск : БГУ, 2008. - 311 с.

ISBN 978-985-518-039-6

В пособии рассмотрен теоретический материал, даны основы современных численных методов решения задач математической физики, другие актуальные направления численного анализа. Приводятся образцы выполнения практических заданий. Представлены варианты контрольных работ.

Для студентов факультета прикладной математики и информатики БГУ.

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
I . ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ	
Тема 1. Интерполяционный многочлен Лагранжа	5
1.1. Постановка задачи интерполирования. Алгебраическое интерполирование	5
1.2. Интерполяционный многочлен Лагранжа и его остаток	7
Задачи и упражнения 3	13
Тема 2. Интерполяционный многочлен Ньютона	15
2.1. Конечные разности, разностные отношения и их свойства	15
2.2. Интерполяционный многочлен Ньютона	17
2.3. Задача обратного интерполирования	19
Задачи и упражнения	20
Тема 3. Интерполирование по сетке равноотстоящих узлов	23
3.1. Интерполяционный многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов	23
3.2. Правила интерполирования внутри таблицы	28
Задачи и упражнения	31
Тема 4. Многочлены Чебышева	33
4.1. Определение многочленов Чебышева и их свойства	33
4.2. Минимизация остатка интерполирования	36
Задачи и упражнения	39
Тема 5. Интерполирование с кратными узлами	41

5.1. Постановка задачи кратного интерполирования	41
5.2. Интерполяционный многочлен Эрмита и его остаток	42
Задачи и упражнения	47
Тема 6. Слайн-интерполирование	50
6.1. Понятие сплайн-функции интерполяционного сплайна	50
6.2. Построение интерполяционного сплайна третьего порядка	51
6.3. Построение интерполяционного сплайна третьего порядка методом моментов	53
Задачи и упражнения	57
Тема 7. Численное дифференцирование функций	59
7.1. Численное дифференцирование, основанное на интерполяционном многочлене Ньютона	59
7.2. Некоторые частные правила вычисления производных	61
Задачи и упражнения	65
Тема 8. Среднеквадратичные приближения	67
8.1. Понятие о среднеквадратичном приближении	67
8.2. Метод наименьших квадратов	71
Задачи и упражнения	73
Контрольная работа 1	75
Индивидуальное задание 1	84
Дополнительные задачи и упражнения	90
П. ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ	
Тема 9. Интерполяционные квадратурные формулы	96
9.1. Квадратурные правила Ньютона - Котеса	96
9.2. Простейшие квадратурные формулы Ньютона — Котеса	99
9.3. Правило Рунге	106
Задачи и упражнения	107
Тема 10. Квадратурные правила наивысшей алгебраической степени точности	109
10.1. Квадратурные формулы Гаусса	109
10.2. Квадратурные формулы НАСТ, отвечающие простейшим весовым функциям	114
Задачи и упражнения	120
III . ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	
Тема 11. Методы решения интегральных уравнений Фредгольма второго рода	123
11.1. Метод замены ядра на вырожденное	123
11.2. Метод квадратур решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода	126
11.3. Метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода	129

Задачи и упражнения	130
Тема 12. Методы решения интегральных уравнений Вольтерра второго рода	133
12.1. Метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода	133
12.2. Метод квадратур решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода	136
Задачи и упражнения	139
Контрольная работа 2	140
Индивидуальное задание 2	150
Дополнительные задачи и упражнения	159
IV . МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ	
Тема 13. Приближенные методы решения задачи Коши	163
13.1. Постановка задачи. Метод Пикара	163
13.2. Метод рядов	166
Задачи и упражнения	168
Тема 14. Методы Эйлера	168
14.1. Явный метод Эйлера, или метод ломаных	168
14.2. Неявный метод Эйлера	170
14.3. Устойчивость методов Эйлера	173
Задачи и упражнения	174
Тема 15. Методы Рунге- Кутты	175
15.1. Построение методов Рунге - Кутты	175
15.2. Методы Рунге - Кутты второго порядка точности	179
15.3. Методы Рунге-Кутты третьего и четвертого порядка точности	181
Задачи и упражнения	184
Тема 16. Методы предиктор - корректор	187
16.1. Общий подход к построению правил предиктор - корректор	187
16.2. Частные правила предиктор - корректор	189
16.3. Правило Рунге	191
Задачи и упражнения	194
Тема 17. Многошаговые правила	196
17.1. Понятие о многошаговых правилах	196
17.2. Экстраполяционный метод Адамса	197
17.3. Интерполяционный метод Адамса	200
Задачи и упражнения	203
Тема 18. Метод сеток решения граничной задачи	204
18.1. Идея метода сеток	204
18.2. Замена граничной задачи системой алгебраических уравнений	205
18.3. Повышение порядка аппроксимации граничных условий	208
18.4. Метод прогонки решения сеточных уравнений	211

Задачи и упражнения	212
Тема 19. Метод моментов и метод Галеркина	214
19.1. Идея метода моментов	214
19.2. Метод Галеркина	216
Задачи и упражнения	220
Тема 20. Метод наименьших квадратов и метод Ритца	221
20.1. Метод наименьших квадратов решения операторных уравнений	221
20.2. Метод наименьших квадратов решения линейной граничной задачи	222
20.3. Метод Ритца	225
Задачи и упражнения	227
Контрольная работа 3	229
Индивидуальное задание 3	236
V . РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ	
Тема 21. Математический аппарат теории разностных схем	245
21.1. Аппроксимация простейших дифференциальных операторов	245
21.2. Постановка разностной задачи	251
21.3. Повышение порядка аппроксимации разностной схемы	252
Задачи и упражнения	255
Тема 22. Разностные схемы для уравнения теплопроводности	258
22.1. Некоторые разностные формулы	258
22.2. Метод энергетических неравенств	261
22.3. Семейство шеститочечных разностных схем для уравнения теплопроводности	262
Задачи и упражнения	267
Тема 23. Разностные схемы для гиперболических уравнений	269
23.1. Разностные схемы для уравнения колебаний струны	269
23.2. Явные разностные схемы для уравнения переноса	272
23.3. Неявные разностные схемы для уравнения переноса	275
Задачи и упражнения	278
Тема 24. Разностные схемы для эллиптических уравнений	282
24.1. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона	282
24.2. Методы Якоби и Зейделя	285
24.3. Метод переменных направлений решения разностной задачи Дирихле	
в прямоугольнике	287
Задачи и упражнения	290
Контрольная работа 4	292
ЛИТЕРАТУРА	307