



Методы оптимизации: пособие / Р. Габасов [и др.]. - Минск : Издательство «Четыре четверти», 2011. —472 с.: ил. Авторы: Р. Габасов, Ф. М. Кириллова, В. В. Альсевич, А. И. Калинин, В. В. Крахотко, Н. С. Павленок.

Данное пособие является третьим изданием (первые два вышли в 1975 и 1981 гг.) аналогичного пособия. По сравнению с предыдущими здесь переработаны все темы. В частности, глава «Линейное программирование» полностью ориентирована на симплекс-метод для задач с двухсторонними прямыми ограничениями. В главе, посвященной выпуклому программированию, помимо задач оптимизации приводятся основы выпуклого анализа, в том числе негладкого. Расширена тематика задач оптимального управления, в которой рассматриваются задачи в различных классах управляющих воздействий, в том числе синтез оптимальных систем. Все утверждения снабжены подробными доказательствами, а каждая тема — набором модельных примеров, иллюстрирующих доказанные результаты.

Рассчитано на студентов математического и экономического профиля. Рекомендуется также преподавателям, аспирантам, специалистам, работающим в области приложений математики.

Оглавление

ПРЕДИСЛОВИЕ	4
ВВЕДЕНИЕ	5
Литература	15
Глава 1. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	16
§ 1. Симплекс-метод	16
1.1. Производственная задача	16
1.2. Графический метод решения задач ЛП	17
1.3. Каноническая задача ЛП	21
1.4. Базисный план	24
1.5. Потенциалы и оценки	26
1.6. Критерий оптимальности	27
1.7. Итерация симплекс-метода	30
1.8. Алгоритм	34
1.9. Первая фаза	37
1.10. Конечность симплекс-метода	52
1.11. Три свойства канонической задачи	53
1.12. Задача произвольной формы	53
§ 2. Двойственный симплекс-метод	55
2.1. Двойственная каноническая задача	55
2.2. Базисные двойственный план и псевдоплан	59
2.3. Теория двойственности	65
2.4. Критерий оптимальности базисного двойственного плана	71
2.5. Итерация	75
2.6. Алгоритмы двойственного симплекс-метода	81
2.7. Вырожденный базисный двойственный план	85
2.8. Первая фаза	88
2.9. Задача ЛП в произвольной форме	90
2.10. Конечность двойственного симплекс-метода	93
§ 3. Анализ решения	93
3.1. Единственность оптимального прямого плана	93
3.2. Единственность оптимального двойственного плана	94
3.3. Анализ чувствительности решения задачи	95
3.4. Коррекция оптимальных планов при возмущении задач ЛП	99
3.5. Изменение размеров задачи	100
3.6. Нестационарные задачи	104
§ 4. Специальные задачи	105
4.1. Сетевая транспортная задача	106
4.2. Матричные транспортные задачи	124
§ 5. Некоторые приложения ЛП	138
5.1. Задачи на минимакс	138
5.2. Кусочно-линейная экстремальная задача	139
5.3. Приложение к исследованию линейных соотношений	141
5.4. Линейное программирование и матричные игры. Теорема о минимаксе	144
5.5. Задача о максимальном потоке	147
Литература	149

Глава 2. ВЫПУКЛОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	150
§ 6. Выпуклые множества и функции	151
6.1. Выпуклые множества	151
6.2. Отделимость выпуклых множеств	154
6.3. Выпуклые функции	160
6.4. Дифференцируемость выпуклых функций	175
6.5. Экстремумы выпуклых функций	179
§ 7. Основная задача выпуклого программирования. Теорема Куна - Таккера	181
7.1. Постановка задачи	181
7.2. Теорема Куна - Таккера	182
7.3. Задача ВП с линейными ограничениями	184
§ 8. Теория двойственности в выпуклом программировании	186
8.1. Двойственная задача	187
8.2. Соотношения двойственности	187
8.3. Задача квадратичного программирования	189
8.4. Задача геометрического программирования	190
§ 9. Общая задача квадратичного программирования	193
9.1. Каноническая задача КП	194
9.2. Графоаналитический метод	197
9.3. Алгоритм решения простой задачи квадратичного программирования	207
9.4. Алгоритм решения общей задачи квадратичного программирования	216
§ 10. Специальные методы численного решения задач выпуклого программирования	223
10.1. Непрямые методы	224
10.2. Прямые методы	225
Литература	231
Глава 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	232
§ 11. Конечномерные экстремальные задачи	232
§ 12. Задача безусловной оптимизации	234
12.1. Необходимое условие минимума первого порядка	234
12.2. Условия оптимальности второго порядка	236
§ 13. Задачи с простыми ограничениями	238
§ 14. Задача со смешанными ограничениями	240
14.1. Обобщенное правило множителей Лагранжа	240
14.2. Классическое правило множителей Лагранжа	245
14.3. Условно стационарные и нормальные планы	247
14.4. Условия минимума второго порядка	250
14.5. Линейные ограничения	254
14.6. Общая схема исследования задачи НЛП	256
§ 15. Негладкие задачи	258
15.1. Минимизация функций, дифференцируемых по направлениям	258
15.2. Производная и субдифференциал Кларка	263
§ 16. Векторная оптимизация	265
16.1. Принципы выбора	265
16.2. Скаляризация критерия	266
16.3. Введение иерархии целевых функций	267
Литература	269
ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	270
§ 17. Минимизация функций одной переменной	271
17.1. Поиск точек безусловного минимума. Метод Пауэлла	271
17.2. Методы поиска точек минимума унимодальных функций	273
17.3. Метод ломаных	279
§ 18. Безусловная минимизация функций	282
18.1. Методы градиентного типа	282
18.2. Метод Ньютона	285
§ 19. Условная минимизация функций	287
19.1. Метод проекции градиента	287
19.2. Метод условного градиента	288
19.3. Метод модифицированных функций Лагранжа	289
19.4. Метод штрафных функций	291
Литература	292
ГЛАВА 5. ДИСКРЕТНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	294
§ 20. Методы ветвей и границ	294
20.1. Постановка задачи дискретного программирования	294
20.2. Общая схема методов ветвей и границ	295
§ 21. Задача о рюкзаке	297
§ 22. Целочисленное линейное программирование	301
22.1. Метод ветвей и границ	301

22.2. Метод отсечения Гомори	305
§ 23. Метод вариаций. Задача минимизации штрафов	309
Литература	311
ГЛАВА 6. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ	312
§ 24. Оптимизация многошаговых процессов	312
24.1. Постановка задачи	312
24.2. Инвариантное погружение. Функция Беллмана	313
24.3. Принцип оптимальности. Уравнение Беллмана	314
24.4. Анализ результатов	315
24.5. Стандартная процедура	316
24.6. Задача о замене оборудования	318
§ 25. Задача распределения ресурсов	320
§ 26. Построение кратчайшего пути на сети	324
§ 27. Задача сетевого планирования	327
Литература	330
ГЛАВА 7. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	331
§ 28. Основная задача вариационного исчисления	331
28.1. Задача о брахистохроне	331
28.2. Основная задача	332
28.3. Другие задачи вариационного исчисления	334
§ 29. Метод вариаций	335
29.1. Вариация допустимой кривой	335
29.2. Вариации функционала	336
29.3. Необходимые условия слабого минимума в терминах вариаций функционала	337
29.4. Уравнение Эйлера	338
29.5. Теорема Гильберта	341
29.6. Кусочно-гладкие допустимые кривые	342
§ 30. Исследование второй вариации	345
30.1. Присоединенная задача о минимуме	345
30.2. Условие Лежандра - Клебша	346
30.3. Условие Якоби	347
Литература	350
ГЛАВА 8. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ	351
§ 31. Задача предельного быстрогодействия	351
31.1. Оптимальное по быстродействию управление механическим объектом	351
31.2. Сравнение задачи быстрогодействия с задачей о брахистохроне	352
31.3. Математическая модель задачи предельного быстрогодействия	353
§ 32. Принцип максимума	354
32.1. Постановка задачи	354
32.2. Существование оптимальных программ	355
32.3. Формула приращения критерия качества	359
32.4. Необходимое условие оптимальности программ (принцип максимума Понтрягина)	361
32.5. Достаточное условие оптимальности	363
32.6. Задачи оптимального управления с терминальными ограничениями	366
32.7. Принцип максимума для задач быстрогодействия	376
32.8. Краевая задача принципа максимума Понтрягина	380
32.9. Примеры	382
§ 33. Специальные задачи оптимального управления	401
33.1. Оптимизация непрерывных динамических систем в классе дискретных управляющих воздействий	401
33.2. Оптимизация дискретных систем	406
33.3. Оптимизация квазинепрерывных систем	410
33.4. Оптимизация непрерывных динамических систем в классе дискретно-импульсных управляющих воздействий	413
§ 34. Динамическое программирование в теории оптимального управления	420
34.1. Задача оптимального управления в классе кусочно-непрерывных управляющих воздействий	421
34.2. Связь динамического программирования с принципом максимума	426
34.3. Применение динамического программирования к специальным задачам оптимального управления	428
§ 35. Проблема синтеза оптимальных систем управления	435
35.1. Синтез оптимальных систем управления с помощью принципа максимума	435
35.2. Применение динамического программирования к синтезу оптимальных систем управления	444
35.3. Оптимальные системы управления	446
35.4. Оптимальное управление в реальном времени	447
Литература	459
Предметный указатель	460

