



Харин Ю. С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика: учебник / Ю. С. Харин, Н. М. Зуев, Е. Е. Жук. - Минск: БГУ, 2011. - 463 с. - (Классическое университетское издание).

SBN 978-985-518-536-0

Учебник содержит лекционный материал и упражнения по всем разделам теории вероятностей, теории случайных процессов, математической и прикладной статистики.

Для студентов учреждений высшего образования по специальностям «Прикладная математика», «Информатика», «Экономическая кибернетика», «Актuarная математика», «Компьютерная безопасность», «Статистика».

Оглавление

Предисловие	7
Введение	9
Основные обозначения и сокращения	11
Часть I . ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	
Глава 1. Случайные события и их вероятности	17
1.1. Предмет теории вероятностей	17
1.2. Случайные события и соотношения между ними	18
1.3. Понятие вероятности. Простейшие вероятностные модели	20
1.4. Алгебра, σ -алгебра и их свойства. Измеримое пространство	23
1.5. Аксиомы теории вероятностей. Вероятностное пространство	25
1.6. Свойства вероятностной меры (вероятности)	27
1.7. Условная вероятность и ее свойства. Формула полной вероятности. Формула Байеса	29
1.8. Независимые случайные события и их свойства	32
1.9. Схема независимых испытаний Бернулли. Биномиальное распределение вероятностей	34
1.10. Упражнения	35
Глава 2. Случайные величины и их распределения вероятностей	37
2.1. Понятия случайной величины и распределения вероятностей. Функция распределения и ее свойства	37
2.2. Классификация функций распределения, распределение вероятностей и случайных величин. Основные законы распределения вероятностей	40
2.3. n -Мерная случайная величина и случайный n -вектор. n -Мерная функция распределения, n -мерная плотность распределения вероятностей и их свойства	49
2.4. Условная функция распределения, условная плотность распределения вероятностей и их свойства	53
2.5. Независимость случайных величин	56
2.6. Функциональные преобразования случайных величин	58
2.7. Упражнения	61
Глава 3. Числовые характеристики случайных величин	65
3.1. Схема построения интеграла Лебега по вероятностной мере. Математическое ожидание простой случайной величины и его свойства	65
3.2. Математическое ожидание (интеграл Лебега) для произвольных случайных величин	70
3.3. Свойства математического ожидания (интеграла Лебега)	74
3.4. Неравенства для математических ожиданий	79
3.5. Вычисление интеграла Лебега. Интегралы Лебега – Стильтьеса и Римана — Стильтьеса	82
3.6. Условное математическое ожидание и его свойства	87
3.7. Условное математическое ожидание относительно σ -алгебры и его свойства	90
3.8. Моменты скалярной случайной величины и их свойства	97
3.9. Дисперсия случайной величины и ее свойства	98
3.10. Моменты многомерной случайной величины, ковариация, ковариационная матрица, коэффициент корреляции и их свойства	100
3.11. Энтропия, количество информации по Шеннону и другие числовые характеристики случайных величин	103
3.12. Характеристическая функция и ее свойства	104
3.13. Упражнения	111
Глава 4. Случайные последовательности и их сходимости	115
4.1. Определение случайной последовательности и видов ее сходимости	115
4.2. Сходимость почти наверное. Закон 0 в 1 Бореля	116
4.3. Сходимость по вероятности	120
4.4. Сходимость в среднем	124

4.5. Равномерная интегрируемость случайных величин	127
4.6. Соотношения между видами сходимости случайных последовательностей	130
4.7. Упражнения	133
Глава 5. Предельные теоремы	135
5.1. Закон больших чисел и условия его выполнения	135
5.2. Усиленный закон больших чисел и условия его выполнения	138
5.3. Сходимость последовательностей функций распределения и характеристических функций	144
5.4. Условие Линдеберга и его вероятностный смысл	148
5.5. Центральная предельная теорема Линдеберга – Феллера	150
5.6. Частные случаи центральной предельной теоремы	153
5.7. Схема серий. Сходимость к законам Гаусса и Пуассона	155
5.8. Центральная предельная теорема для случайных векторов и слабозависимых случайных величин	156
5.9. Упражнения	157
Часть II . ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ	
Глава 6. Основные определения и общие свойства случайных процессов	161
6.1. Определение и задание случайных процессов	161
6.2. Эквивалентные, тождественные и сепарабельные процессы	163
6.3. Непрерывность и дифференцируемость случайного процесса в среднем квадратичном	164
6.4. Стохастические интегралы в среднем квадратичном	166
6.5. Непрерывность траекторий случайного процесса	167
6.6. Упражнения	170
Глава 7. Стационарные в широком смысле случайные процессы	171
7.1. Основные понятия и свойства	171
7.2. Спектральное представление ковариационной функции случайного процесса	172
7.3. Спектральное представление стационарного в широком смысле случайного процесса	173
7.4. Спектральное представление действительных случайных процессов	176
7.5. Линейные преобразования случайного процесса	176
7.6. Прогнозирование случайного процесса	178
7.7. Спектральное представление ковариационной функции случайной последовательности и самой стационарной случайной последовательности	180
7.8. Линейные преобразования случайной последовательности	181
7.9. Последовательности авторегрессии и скользящего среднего	183
7.10. Прогнозирование случайной последовательности	185
7.11. Интерполяция и фильтрация случайной последовательности	187
7.12. Упражнения	189
Глава 8. Случайные процессы с независимыми приращениями	191
8.1. Вид характеристической функции случайного процесса с независимыми приращениями	191
8.2. Винеровский процесс	192
8.3. Пуассоновский процесс	200
8.4. Стохастический интеграл Ито	202
8.5. Существование и единственность решений стохастических дифференциальных уравнений	207
8.6. Упражнения	210
Глава 9. Марковские случайные процессы	213
9.1. Цепи Маркова. Определения и основные свойства	213
9.2. Сходимость вероятностей цепи Маркова. Стационарные вероятности	216
9.3. Дифференциальные уравнения цепей Маркова с непрерывным временем	218
9.4. Ветвящиеся процессы с непрерывным временем	220
9.5. Классификация состояний цепи Маркова с дискретным временем	223
9.6. Эргодические цепи Маркова	226
9.7. Упражнения	227
Глава 10. Мартингалы, полумартингалы и марковские моменты	235
10.1. Мартингалы, полумартингалы и марковские моменты	235
10.2. Неравенства для субмартингалов	238
10.3. Теоремы о сходимости	241
10.4. Сходимость рядов независимых случайных величин	245
10.5. Упражнения	248
Часть III . МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СТАТИСТИКИ	
Глава 11. Теория статистического оценивания параметров	251
11.1. Основные понятия теории статистического оценивания параметров	252
11.2. Выборочная функция распределения, выборочная характеристическая функция, выборочные моменты, гистограмма и их свойства	254
11.3. Порядковые статистики, их свойства и применение в теории статистического оценивания	258
11.4. Ранговые статистики и их свойства	262
11.5. Неравенство информации. Неравенство Крамера-Рао. Эффективные оценки	264
11.6. Метод моментов. Оценки по методу моментов и их свойства	271
11.7. Метод максимального правдоподобия и его свойства	272
11.8. Байесовский метод статистического оценивания параметров	279

11.9. Достаточные статистики и их свойства	282
11.10. Метод наименьших квадратов и его свойства	287
11.11. Интервальное оценивание параметров	294
11.12. Робастное статистическое оценивание	301
11.13. Упражнения	306
Глава 12. Теория статистической проверки гипотез	309
12.1. Основные понятия теории статистической проверки гипотез	309
12.2. Решающее правило Неймана – Пирсона	311
12.3. Байесовское решающее правило	314
12.4. Проверка гипотез о распределении вероятностей. Критерии согласия	317
12.5. Критерий отношения правдоподобия для проверки сложных гипотез	321
12.6. Понятие о последовательном анализе Вальда	324
12.7. Упражнения	327
Часть IV . СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ	
Глава 13. Разведочный анализ и сжатие данных	331
13.1. Статистический анализ данных и его основные этапы	331
13.2. Выборка из многомерных наблюдений как модель статистических данных	331
13.3. Разведочный анализ данных	332
13.4. Проблема сжатия данных. Метод главных компонент	334
Глава 14. Многомерное нормальное распределение и оценивание его параметров	337
14.1. Многомерное нормальное распределение и его основные свойства	337
14.2. Оценки максимального правдоподобия параметров многомерного нормального распределения. Выборочное среднее и выборочная ковариационная матрица	341
14.3. Вероятностные свойства выборочного среднего и выборочной ковариационной матрицы. Несмещенная выборочная ковариационная матрица	343
14.4. Упражнения	347
Глава 15. Исследование зависимостей	349
15.1. Исследование парной зависимости признаков. Выборочный коэффициент корреляции. Z - статистика Фишера и проверка гипотез о значении коэффициента корреляции	349
15.2. Многомерное нормальное распределение: условные распределения и частный коэффициент корреляции	352
15.3. Многомерное нормальное распределение: прогнозирование, функция регрессии и множественный коэффициент корреляции	355
15.4. Выборочные частный и множественный коэффициенты корреляции. Проверка гипотез независимости	357
15.5. Проверка общих гипотез о независимости	364
15.6. Упражнения	368
Глава 16. Проверка гипотез и статистическая классификация	369
16.1. Проверка гипотез о значении вектора математического ожидания. T^2 -статистика Хотеллинга	369
16.2. Сравнение векторов математических ожиданий по двум выборкам. Многомерная проблема Беренса- Фишера	374
16.3. Проверка гипотез относительно параметров многомерного нормального распределения	378
16.4. Проверка гипотез относительно нескольких выборок из многомерных нормальных распределений	380
16.5. Задачи статистической классификации. Оптимальное (байесовское) решающее правило	385
16.6. Статистическая классификация многомерных нормальных наблюдений	388
16.7. Дисперсионный анализ	396
16.8. Упражнения	398
Часть V . СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ	
Глава 17. Основные понятия теории временных рядов	401
17.1. Случайная функция как модель статистических наблюдений в динамике. Классификация случайных функций	401
17.2. Временные ряды и их основные характеристики	403
17.3. Стационарные временные ряды. Спектральная плотность стационарного в широком смысле временного ряда	404
Глава 18. Непараметрическое статистическое оценивание характеристик стационарных временных рядов	407
18.1. Выборочное среднее стационарного временного ряда и его свойства	407
18.2. Выборочная ковариационная функция стационарного в широком смысле временного ряда и ее свойства	409
18.3. Статистическое оценивание спектральной плотности	413
18.4. Упражнения	416
Глава 19. Параметрический статистический анализ стационарных временных рядов	417
19.1. Временные ряды авторегрессии, скользящего среднего, авторегрессии и скользящего среднего: условия стационарности и ковариационные функции, единое линейное представление	417
19.2. Асимптотическое распределение выборочного среднего и выборочной ковариационной функции стационарного временного ряда	420

19.3. Статистическое оценивание параметров авторегрессионных временных рядов при известном порядке авторегрессии	421
19.4. Оценивание порядка авторегрессии	424
19.5. Прогнозирование стационарных в широком смысле временных рядов	426
19.6. Упражнения	430
Глава 20. Статистический анализ нестационарных временных рядов	431
20.1. Статистический анализ временных рядов с трендом в ортогональном базисе	431
20.2. Статистическое оценивание временных рядов авторегрессии и проинтегрированного скользящего среднего	435
20.3. Упражнения	440
Глава 21. Статистический анализ однородных цепей Маркова	441
21.1. Однородные цепи Маркова. Основные понятия и свойства. Условия стационарности	441
21.2. Метод максимального правдоподобия для оценивания матрицы вероятностей одношаговых переходов и стационарного распределения вероятностей	443
21.3. Проверка гипотез о цепи Маркова	445
21.4. Упражнения	446
Библиографические ссылки	447
Приложения	449
Предметный указатель	455