Условия задач первого тура для учащихся 11 классов (старшая группа)

1. Найти все пары целых чисел x, y, удовлетворяющих системе неравенств
$$\begin{cases} 2x^2+2y^2+24x-28y+167<0 \\ x+2y<\dfrac{15}{2} \end{cases}.$$
2. Одно число записано ста тройками, а второе – ста шестерками. Найти сумму цифр произведения этих чисел.
3. Найти все целые значения x, удовлетворяющие неравенству
$$x-\frac{1}{2}<2\log_5(x+2).$$
4. Рассмотрим треугольники ABC, у которых сторона AB постоянна и постоянна длина высоты, опущенной из точки C. Укажите те треугольники, для которых произведение длин всех высот максимально.
5. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной a. Ребро SD перпендикулярно плоскости основания и равно h. Внутри пирамиды расположен прямой круговой цилиндр так, что окружность одного его основания вписана в треугольник SCD, а окружность другого основания касается грани SAB. Найдите высоту цилиндра.
6. Дайте словесное описание алгоритма (оптимального с вашей точки зрения), с помощью которого можно найти сумму квадратов цифр всех натуральных чисел от 1 до заданного натурального числа N. Получите значение такой суммы при $N = 2007$.

Условия задач первого тура для учащихся 9-10 классов (младшая группа)

1. См. задачу 1 из варианта для старшей группы.
2. См. задачу 2 из варианта для старшей группы.
3. Из натуральных чисел от 1 до 100 составлены всевозможные упорядоченные пары с различными элементами. Найдите среди них количество пар, произведение которых делится на 21.
4. Окружность проходит через вершины B, C и D трапеции $ABCD$ и касается боковой стороны AB в точке B. Основания трапеции равны a и b. Найти диагональ BD.
5. В кубике $n\times n\times n$ некоторые грани окрашены. Его разрезали на n^3 маленьких кубиков, среди которых оказалось 45 неокрашенных ни с одной стороны. Укажите размеры исходного куба.
6. См. задачу 6 из варианта для старшей группы.