**ПРОГРАММА**

кандидатского экзамена по специальности 01.01.05

“Теория вероятностей и математическая статистика”

ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Меры и их продолжение. Измеримые функции, интегрирование, сходимости. Плотности, теорема Радона-Никодима. Произведение пространств, Теорема Фубина. Вероятностные пространства, случайные величины и математические ожидания. Пространства $(\Omega, F, P)$, корреляция и наилучшие приближения в *R*. Произведения пространст, независимость, вероятностные меры с заданными распределениями. Бесконечные произведения, теорема Колмогорова о согласованных распределениях (1, гл. 5, 6, 7; гл. 2, §§ 1-6).
2. Случайные величины и распределения в $R^n$. Характеристические функции и преобразования Фурье, аналоги равенства Парсеваля для математических ожиданий. Теорема Бохнера-Хинчина. Слабая сходимость, непрерывность соответствия между распределениями вероятностей и характеристическими функциями. Центральная предельная теорема. Безгранично делимые распределения (2, гл. 15, 17, §§ 1-3; 5, гл. 1, §§ 7-8, 4, § 5; 6, гл. 3).
3. Случайные последовательности и распределения в $R^\infty$. Независимость, закон нулю и единицы. Стационарность, теорема Биркгофа-Хинчина, эргодичность (6, гл. 4, § 1, 5).
4. Случайные функции и распределения в функциональных пространствах. Измеримость, непрерывность. Корреляционные функции. Гауссовские согласованные распределения, гауссовские процессы. Согласованные семейства переходных вероятностей и плотностей и их локальные характеристики (дифференциальные уравнения Колмогорова), марковские процессы. Понятие стационарности (4, гл. 1, 5, 8, §§ 1-3; 5, гл. 2, § 2, 6, §3; 6, гл. 2, §§ 9, 13).
5. Зависимость в рамках заданного вероятностного пространства. Общее понятие независимости. Условные вероятности и условные математические ожидания. Марковская зависимость. Мартингалы (4, гл. 7, §§ 1-2; 5, гл. 4, §§ 3-4; 6, гл. 2, §7, 7 § 1).
6. Случайные процессы как кривые в пространствах $R^T$. Интегрирование, стохастические меры и интегралы. Стохастические представления случайных процессов. Стационарные процессы: спектральное представление, линейные преобразования, задача прогнозирования (4, гл. 2-4; 5, гл. 5, § 2-4, 6, § 4).
7. Стохастические дифференциальные уравнения. Броуновское движение, недифференцируемость траекторий. Стохастические дифференциалы, формула Ито. Стохастические линейные дифференциальные уравнения. Задача фильтрации (схема Калмана-Бьюси) (4, гл. 12, §§ 1-2; 5, гл. 5, §§ 4-6).
8. Элементы теории статистических оценок и проверки гипотез. Достаточные статистики, критерия факторизации. Полнота, экспоненциальные семейства. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. Оценки наименьших квадратов. Оценки наибольшего правдоподобия. Доверительные интервалы. Наиболее мощные критерии, лемма Неймана-Персона (3, гл. 1, §§ 1-8, 2, §§ 1-4, 6-12, 14-16, 23-25, 3, §§ 1-6; 5, гл. 3).
9. Моделирование вероятностных процессов, обработка статистических данных с использованием языков программирования (7, гл. 1,2, §§ 1-2, 4, 8).

Литература.

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1976.
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения . Т. 2. М.: Мир, 1984.
3. Боровков А.А. Математическая статистика. М.: Наука, 1983.

4. Вентцль А.Д. Курс теории случайных процессов. М.: Наука, 1975.
5. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. М.: Наука, 1987.
6. Ширяев А.Н. Вероятность. М.: Наука, 1980.
7. Гренандер У., Фрейбергер. Краткий курс вычислительной вероятности и статистики. М.: Наука, 1978.